SOCIEDAD ARGENTINA DOCENTES EN ADMINISTRACION FINANCIERA

VALORACIÓN FINANCIERA Y MOMENTOS ESTOCÁSTICOS

Gastón Milanesi
Universidad Nacional del Sur

SUMARIO: 1. Introducción; 2. Momentos estocásticos: cantidades y precios para valorar; 3. El precio teórico de los momentos estocásticos y la aversión al riesgo; 4. Valorando con momentos estocásticos: una aplicación para el mercado financiero local; 5. Conclusiones.

Para comentarios: milanesi@bvconline.com.ar

Resumen

La Teoría Económica define al valor de un activo como el valor presente de los flujos de fondos esperados. Este trabajo propone un concepto de valoración alternativo; el valor de un activo es igual al producto entre la cantidad y el precio de sus momentos estocásticos. Para ello, las secciones 2 y 3 presentan los fundamentos teóricos que definen precio y cantidades del primer y segundo momento estocástico (media – varianza). Así pues, la ecuación de valoración obtenida, es conectada con los principios de aversión al riesgo y procesos estocásticos desarrollados por la Teoría Financiera. La sección 4 presenta un caso de aplicación de la ecuación de valoración propuesta para el mercado financiero argentino. Finalmente, en la sección 5 son expuestas las principales conclusiones.

1. Introducción

La volatilidad implícita en los sistemas económicos y mercados financieros supone la necesidad de revisar a menudo los supuestos, relaciones y variables contenidas en los modelos propios de la Economía, donde la Teoría Financiera cobra un rol protagónico. Instrumentalmente los modelos financieros se caracterizan por ser complejos, debido a que emplean un conjunto de ecuaciones diferenciales estocásticas para la resolución de problemas de optimización. La complejidad aludida tiene su génesis en las dimensiones que deben integrar estos modelos: (a) el comportamiento *dinámico* de los agentes en la toma de decisiones y (b) los momentos estocásticos que representan la evolución esperada de los objetos de elección. Los aspectos subjetivos y objetivos señalados se conjugan dentro de sistemas económicos en continuo *equilibrio-desequilibrio* (auge, depresiones, crisis y burbujas) con un común denominador: *el futuro.*

No obstante, las relaciones agentes-activos-contextos desarrolladas por la Teoría Financiera, ajustan y explican satisfactoriamente la tendencia observada en el comportamiento de los inversores y mercados para el largo plazo (Cochrane, 2001; Cesari y D´Adda, 2008). Sin embargo, esos modelos en ocasiones son complejos y desafiantes, ya que deben proyectar el valor intrínseco de activos financieros y reales, donde los flujos de beneficios esperados presentan comportamientos aleatorios. La incertidumbre inherente en los flujos de ingresos y costos futuros, torna indispensable comprender la naturaleza estocástica de las ecuaciones fundamentales de valoración de activos.

En el trabajo se expone una visión alternativa a los clásicos principios de valoración financiera, resaltando y explicitando los momentos estocásticos, ya que estos explican al agente la calidad y característica de la inversión objeto de evaluación. Tradicionalmente se define al valor intrínseco o económico de un bien como *el valor actual de la corriente de beneficios esperados*. En este trabajo no se discuten de los conceptos sustanciales que definen el valor, en cambio se propone un formato alternativo donde se resaltan los momentos que caracterizan la inversión; por lo tanto se define al valor de un activo financiero o real como: *la sumatoria de los productos entre las cantidades y precios de sus momentos estocásticos* (Cochrane, 2001; Cesari, et.alt, 2008).

2. Momentos estocásticos: cantidades y precios para valorar

2.1 Momentos para el activo sin riesgo y activos riesgosos

Supóngase una economía con solo dos activos con las siguientes características: un bono a descuento (activo libre de riesgo) y un activo riesgoso (acción). El bono es un activo "seguro" debido a que su estructura de pagos no genera riesgo de reinversión y no hay riesgo de incumplimiento en el horizonte $t+1$. Por ello supone una tasa constante de interés *r,* a partir de ello su precio de mercado, cuando su valor nominal es de \$1 en $t+1$ se puede expresar como:

$$P_0 = v_t\left(1\left(t+1\right)\right) = \frac{1}{1+r} \qquad \textit{Ec 1}$$

donde $v_t\left(.\right)$ es el factor de actualización.

A diferencia del caso anterior, para la acción el precio futuro $S\left(t+1\right)$ es una variable aleatoria con media $E_t\left(S\left(t+1\right)\right)$ y volatilidad o desvío estándar $Std_t\left(S\left(t+1\right)\right)$[1].

2.2 La ecuación básica con dos momentos estocásticos

En esta sección solo serán considerados los dos primeros momentos de la distribución de probabilidad del precio o de los rendimientos del activo riesgoso como las únicas características relevantes capturadas por la función de preferencia del inversor (curvas de indiferencias derivadas de su función de utilidad). Estos momentos asumiendo una función de probabilidad normal son la media y la varianza. De allí que la Teoría Financiera lo reconoce bajo la denominación media-varianza o media-volatilidad.

A partir del supuesto de normalidad el modelo a desarrollar presenta un sencillo pero robusto concepto teórico acerca del comportamiento esperado del precio de un activo: el valor de un bien[2] surge del producto entre el precio de sus momentos por la cantidad de momentos que posee el activo[3];

$$S = M_s P_\mu + \Sigma_S P_\sigma \qquad \textit{Ec 2}$$

---

[1] Se notará con los signos M y $\sum$ a la media y desvío del precio; lo signos μ y σ son representarán la media y el desvío de la tasa de rendimiento.

[2] En el trabajo la palabra activo se emplea indistintamente tanto para los denominados financieros como para los encuadrados en la categoría reales.

[3] En aras de simplificación, se suprimirá la dependencia del factor tiempo *t*, y por lo tanto el análisis en esta sección se resume a un solo horizonte decisorio.

En la ecuación 2 P_μ es el precio de una *unidad de media* y P_σ es el precio de una *unidad de volatilidad*. M_s y Σ_S son la *media y volatilidad del precio*. Esta ecuación representa el clásico modelo de valoración en finanzas para el caso de que existan solo dos momentos (media-varianza) en la determinación del precio probable. Reconoce sus fundamentos clásicos conceptos de la Finanzas como el equilibrio de Fisher y su Teorema de la Separación (Fisher, 1930); las decisiones de inversión en condiciones de incertidumbre y la Teoría de la Utilidad (Von Neuman y Morgensten, 1947; Hicks; 1962), La Teoría de los Estados Preferentes y Activos Puros (Debreu, 1959; Arrow, 1964;); La Teoría de la Cartera (Markowitz, 1952) y el Teorema de los Fondos Mutuos (Tobin, 1958).

2.3 Resumen. La utilidad de los momentos estocásticos en la valoración financiera

Para la Teoría Financiera clásica el precio de un bien refleja el valor *ex – ante* de la esperanza matemática (media) y volatilidad (varianza) correspondiente a su distribución de probabilidad de precios esperados (M_s, Σ_S)

3. El precio teórico de los momentos estocásticos y la aversión al riesgo

3.1 El precio de la media

Para un activo libre de riesgo el valor de la media y la volatilidad son, $M_0 = 1$ y $\Sigma_0 = 0$. Aplicando la ecuación 2 para un activo riesgoso se obtiene: $P_0 = 1$, que se descompone en $P_\mu + (0 \times P_\sigma)$, esto implica que se verifica la siguiente desigualdad: $P_\mu > 0$. Por ejemplo en el caso del bono libre de riesgo el precio de la media es justo el precio observable (nominal) o sea el valor actual de 1. Para un activo riesgoso el precio de la media está definido por el tipo sin riesgo, el primer momento estocástico de la ecuación 2 determina la esperanza matemática $M_s P_\mu$. El ajuste por riesgo corresponde al segundo momento (segundo término de la ecuación 2).

3.2 El precio de la volatilidad

A partir de la siguiente identidad será derivado el precio de una unidad de riesgo:

$$\begin{aligned} S(t+1) - M_s &= \max\left(0, S(t+1) - M_s\right) + \min\left(0, S(t+1) - M_s\right) = \\ &\max\left(0, S(t+1) - M_s\right) - \max\left(0, M_s - S(t+1)\right) \end{aligned} \qquad \textit{Ec 3}$$

El último término de la igualdad del lado derecho en la ecuación 3 representa los flujos de pagos correspondientes a una opción de compra (*call*) menos los de una opción de venta (*put*), ambas con igual vencimiento $t+1$, cuyo subyacente es un activo financiero con precio de ejercicio M_s. Si en la ecuación 3 se emplea:

a. El precio corriente de mercado del activo riesgoso,
b. El factor de actualización
c. Se supone un comportamiento lineal del proceso estocástico del subyacente

Se obtiene la siguiente expresión;

$$\begin{aligned} &\nu_t\left(S(t+1) - M_s\right) = S - M_s P_0 = \nu_t\left(\max\left(0, S(t+1) - M_s\right)\right) - \nu_t\left(\max\left(0, M_s - S(t+1)\right)\right) = \\ &Call\left(t, S, M_s\right) - Put\left(t, S, M_s\right) \end{aligned} \qquad \textit{Ec 4}$$

Reemplazando la ecuación 4 en la ecuación 2 y empleando la expresión $P_\mu + (0 \times P_\sigma)$ se obtiene;

$$P_\sigma = \frac{Call(t,S,M_s) - Put(t,S,M_s)}{\Sigma_s} < 0 \qquad \textit{Ec 5}$$

En la ecuación 5 se resume el comportamiento del precio frente al riesgo explicado por la Teoría Financiera. El precio de la volatilidad está definido por el diferencial del valor de la prima de una opción de compra menos el de una opción de venta, dividido por la volatilidad contenida en la función de probabilidad del subyacente en cuestión. En otras palabras riesgo es igual a la diferencia entre el valor del *call* y *put* de la proporción de varianza $1/\Sigma_s$ correspondiente al activo financiero objeto de valoración.

3.3 El precio de la volatilidad siempre es negativo

La Teoría Financiera sostiene que la diferencia de precios correspondientes a un *call* y *put* sobre el mismo subyacente con similares condiciones contractuales siempre es negativa, suponiendo un comportamiento lineal de las variables. Si el precio del riesgo es representado por la resta aludida precedentemente y esta se encuentra expresada en la ecuación 5, entonces el valor esperado de un activo riesgoso ($S = M_s P_\mu$) siempre es mayor a su valor intrínseco o ajustado por riesgo ($S = M_s P_\mu + \Sigma_S P_\sigma$), expresado en la ecuación 2.

La afirmación precedente tiene su razón de ser en el comportamiento supuesto de los agentes económicos: racionalidad, aversión al riesgo, prima por riesgo exigida, relación directa rendimiento-riesgo (Markowitz, 1959; Pratt, 1964). En efecto, los precios de la opción de compra y venta son iguales cuando el ejercicio pactado coincide con el precio futuro del subyacente[4]. Este es definido por la expresión S_{FW}. En ese caso la diferencia entre el valor de una opción de compra y de venta es nula: $0 = v_t\left(S(t+1) - S_{FW}\right) = Call(t,S,S_{FW}) - Put(t,S,S_{FW})$

Ahora bien cuando el precio de ejercicio difiere del precio futuro y se lo supone equivalente a la media del precio M_s, la expresión queda planteada de la siguiente manera: $S_{FW} \equiv S(t)(1+r) < S(t)(1+\mu_s) \equiv M_s$

Aplicando la ley del precio único y el principio de convergencia en los contratos futuros se tiene que para mercados perfectos, completos y eficientes el precio contado converge al precio futuro. La diferencia está dada por la tasa libre de riesgo, donde esta representa el valor tiempo derivado del balance que los agentes realizan entre consumos actuales y futuros en condiciones de certidumbre. En condiciones de incertidumbre[5], el riesgo es representado en los flujos, para el

[4] En la demostración se supone que el precio de emisión de un contrato futuro es cero.

[5] Se emplea la palabra incertidumbre en lugar de riesgo. Si bien ambas son a menudo utilizadas como sinónimos, estrictamente no lo son. La incertidumbre es la falta de conocimiento de algo y esta puede adoptar la forma fáctica: se carece de conocimiento sobre *algo* que podría saberse buscando información o esperado que acontezca el evento ya que no hay antecedentes o estos no son de utilidad para explicar el comportamiento futuro de la variable. La incertidumbre aleatoria, por el contrario, es una falta de conocimiento necesaria derivada de la variación inherente al sistema bajo estudio. El riesgo puede definirse como el grado de exposición a la incertidumbre y comúnmente se lo confunde con las clásicas métricas para su estimación: varianza (Markowitz, 1952) o semivarianza o segundo momento parcial negativo (Levy y Markowitz, 1979). También la confusión deviene porque a menudo se considera que las decisiones son tomadas en condiciones de incertidumbre (sin posibilidad de asignar una función de probabilidades al evento en cuestión) o en condiciones de riesgo (asignando una función de probabilidad) (Knight, 1947). La distinción nace del fuerte sesgo devenido de la corriente objetiva en la Teoría Estadística. Frank Knight (1921) al plantear esta distinción solo consideraba posible asignar probabilidades a eventos a los que se pudiesen asociar distribución de frecuencias observadas. Bajo esta mirada riesgo es el equivalente a incertidumbre aleatoria (no aquella originada en la falta de conocimiento de una situación). Con el advenimiento de la perspectiva subjetivista

caso del futuro está contenido en el precio del subyacente. En condiciones de incertidumbre para cualquier escenario la tasa de rendimiento de la acción μ_s es mayor que el tipo sin riesgo r en tal caso[6]: $Call\left(t, S(t), S_{FW}\right) > Call\left(t, S(t), M_s\right)$

Al ser menor el valor futuro que el esperado el precio de la opción de compra en el primer término de la desigualdad es superior y la inversa acontece para la opción de venta: $Put\left(t, S(t), S_{FW}\right) < Put\left(t, S(t), M_s\right)$

Por lo tanto el valor del *put* es siempre mayor al del *call*. La desigualdad anterior demuestra:

a. La persistencia del signo negativo en la ecuación 5.
b. El precio de la volatilidad es siempre negativo cuando el rendimiento esperado de la acción es superior al tipo sin riesgo, $\mu_s > r$.
c. El precio de la acción, $\Sigma_s = S(t)\sigma_s$ puede ser estimado de datos observables y de allí establecer P_σ.
d. El signo negativo de la volatilidad indica que esta no tiene efectos "*buenos*", por el contrario, es percibida como "*mala*" en la función de utilidad del inversor.

Reemplazando la ecuación 5 en la ecuación 2 se obtiene la siguiente expresión:

$$P_\sigma = \frac{S(t) - M_s P_0}{\Sigma_s} \qquad \text{Ec 6}$$

El equivalente en términos de rendimientos de la ecuación 6 implica que la expresión $M_s P_0$ debe plantearse en términos del precio del activo por su rendimiento actualizado por el factor de actualización (precio del primer momento estocástico),

$$= \frac{S(t) - M_s\left[\frac{1}{1+r}\right]}{S(t)\sigma_s} = \frac{S(t) - S(t)(1+\mu_s)\left[\frac{1}{1+r}\right]}{S(t)\sigma_s} = \qquad \text{Ec 7}$$

Simplificando en el numerador y denominador la variable $S(t)$ se obtiene,

$$= \frac{1 + r - (1+\mu_s)}{(1+r)\sigma_s} = \frac{r - \mu_s}{(1+r)\sigma_s} = \qquad \text{Ec 8}$$

Reordenado los términos se llega a similar expresión que la planteada por la ecuación 6 para determinar el precio del riesgo, en este caso en el lenguaje de los rendimientos;

$$-\frac{(\mu_s - r)}{(1+r)\sigma_s} \qquad \text{Ec 9}$$

El precio negativo de la volatilidad es la causa de la correlación negativa entre cambios en los precios (rendimientos) y cambios en la volatilidad. La afirmación precedente se encuentra documentada en varios estudios (Black, 1976; French, Schwert y Stambaugh, 1987; Beakert y Wu, 2000)

---

se plantea la necesidad de atribuir probabilidades a los grados de creencias sobre ciertos eventos (Savage, 1954). Bajo la segunda visión, más amplia, riesgo es *igual* a la incertidumbre aleatoria y fáctica. Por ello es apropiado hablar de que las decisiones se toman en condiciones de certeza o incertidumbre y el riesgo es el grado de exposición a esta. Un completo desarrollo se encuentra en Fornero, 2006.

[6] El precio de ejercicio S_{FW} en el modelo planteado por Black-Scholes (1972), Merton (1973) representa el apalancamiento al tipo sin riesgo para construir la cartera de cobertura.

3.4 Los momentos estocásticos y la aversión al riesgo

El rendimiento esperado μ_s determina la tendencia proyectada del precio (*drift component*)[7], ya que se encuentra integrado por el valor tiempo del dinero y la pendiente de crecimiento (decrecimiento) esperado. Suponer que $\mu_s > r$ significa ratificar la aversión al riesgo del agente debido a que este exige una prima por riesgo al canjear un valor cierto por su esperanza matemática[8]. Por lo tanto existe la aversión al riesgo cuando un inversor siempre prefiere un monto seguro C en lugar de una cantidad probable con esperanza matemática C. La desigualdad $\mu_s > r$ es fundamental ya que el activo riesgoso debe dominar estocásticamente en primer orden al activo libre de riesgo. Esta dominancia estocástica es reflejada en los precios de mercado y define la relación entre aversión al riesgo y $\mu_s > r$.

En la ecuación 5, la aversión al riesgo está expresada en la desigualdad

$$Put\left(t,S\left(t\right),M_s\right) > Call\left(t,S\left(t\right),M_s\right).$$

Esto es así porque la opción de venta paga en estados de la naturaleza negativos, cuando el precio de la acción se encuentra debajo de la media, $S\left(t+1\right) < M_s$: para inversores adversos al riesgo un activo que paga en malos tiempos (opción de venta) tiene mayor valor que un activo que paga en estados de la naturaleza positivos (opción de compra).

---

[7] La Teoría Financiera clásica parte del supuesto que los precios de los activos riesgosos siguen un proceso estocástico donde se define la variabilidad temporal de la variable. Se sostiene que estos siguen un proceso estocástico del tipo de Wiener en el cual la variable aleatoria tiene un componente de tendencia y término de desvío, quedando la ecuación planteada como $\frac{dS}{S} = \alpha dt + \sigma dz$. Una clase particular de proceso estocástico es el de Markov, en tanto y en cuanto este se vale del valor actual de la variable aleatoria para proyectar precio prescindiendo del comportamiento observado. Dicho en otras palabras, que el proceso este en el grupo de Markov implica que carece de memoria y por lo tanto interesa solamente los eventos presentes y futuros. Esta noción pone en duda la eficacia de las herramientas de análisis técnico en oposición al análisis fundamental (Milanesi, 2008) y refuerza la noción de eficiencia semi-fuerte o fuerte de la información en los mercados en contraposición a la hipótesis de eficiencia débil (Trigeorgis, 1995). Las características de estos procesos estocásticos son: (1) no estacionarios (Aclaración: no obstante lo dicho en (1) los modelos desde el punto de vista conceptual suelen considerar la media y varianza constante o sujeta a una pauta de comportamiento, que es lo mismo que supone que son estacionarios. El mayor problema deviene de la falta de linealidad. Por lo general se cuestiona el hecho de plantear la existencia de modelos que reflejan procesos estacionarios y no estacionarios lo cual no parece del todo preciso. Los modelos siempre implican alguna pauta especificada de cambio de la media o la varianza, que es distinto a identificar, cuando se analiza una serie, que existen cambios de la varianza a lo largo del tiempo que no pueden resolverse con transformaciones logarítmicas o diferencias para solucionar el problema de no estacional de la variable.), (2) comportamientos discretos o continuos, (3) respetar las propiedades de Markov (toda información pretérita ya se encuentra descontada del precio) e (4) independencia de los cambios proyectados de la variable; (Dixit y Pindyck, 1994). Dentro de los procesos estocásticos de mayor difusión en el campo de las finanzas se tiene: Procesos Geométrico Browniano (*Geometric Brownian Motion*), Aritmético Browniano (*Arithmetic Brownian Motion*), de reversión a la media creciente o decreciente (*Mean Reversion Process*), Poisson (*Poisson process*) y Gaussiano-Poisson (*Poisson-Gaussian Process o jump-diffusion process*) para mayor detalle ver Stochastic Processeswith Focus in Petroleum Applicationshttp://www.puc-rio.br/marco.ind/main.html.

[8] En términos de precios una cantidad cierta está vinculada a un nivel de utilidad mayor que el valor esperado de la cantidad anterior. Por ende a un mismo nivel de utilidad el valor cierto es inferior a el valor esperado. La diferencia anterior representa la compensación por asumir riesgo denominada prima por riesgo. Esto explica la relación directa rendimiento-riesgo y la pendiente de las curvas de indiferencia ante los objetos de elección indicados.

3.5 La aversión al riesgo y el comportamiento de los agentes: La escuela americana, el modelo Von Neumman-Morgenstern, Hicks y los últimos desarrollos en las finanzas conductuales.

Basándose en los clásicos fundamentos propuestos por Nicolas Bernoulli y adaptados por la "escuela norteamericana" (Allais, 1953); la Teoría de la Elección bajo incertidumbre de Von Neumman-Morgenstern (1947) ha sido el modelo base para describir el comportamiento optimizador de los agentes en los mercados financieros. Su aporte consiste en plantear la existencia de una función de utilidad $U(.)$ asociada a una riqueza futura esperada $E\left(U\left(\tilde{W}\right)\right)$. La elegante solución es obtenida a costa de asumir un conjunto rígido de axiomas relacionados con la estructura de preferencias para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

Hicks (1962, 1967) propone un modelo que plantea de manera ordinal la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. Se emplea una función de utilidad ordinaria más flexible, donde los parámetros de elección suponiendo normalidad en la distribución de frecuencias son: la esperanza matemática y la varianza $U\left(E\left(\tilde{W}\right), Std\left(\tilde{W}\right)\right)$. Esta formulación nos otorga un marco general para desarrollar funciones que expliquen en mercados completos e incompletos la conducta de elección óptima.

No obstante la Teoría de la Elección, dentro de las Finanzas se encuentra en constante revisión. Desde los postulados de Bernoulli, pasando por los axiomas de Von Neumman y Morgensten (1947), la críticas de Allais (1953) a la *"escuela norteamericana"* hasta llegar a los desarrollos de Kahneman y Tversky (1979) que sentaron las bases para el desarrollo de la Teoría Prospectiva de la Elección y múltiples trabajos en el campo de las Finanzas Conductuales (Daniel, Hirshleifer y Subrahmanyan ; 1998, Barberis, Shefrin y Vishny; 1998, Shefrin; 1999, Shiller; 2002 y Shefrin; 2007 entre otros)

3.6 Resumen. El precio de los momentos estocásticos, la aversión al riesgo y la valoración financiera

Dos perspectivas: (a) el valor de un activo puede analizado como un proceso estocástico del tipo de Wiener (*variable aleatoria = componente de tendencia + termino de error*) con las siguientes propiedades: no estacional (sin perjuicio de que los modelos conceptualmente suponen el comportamiento estacionario o presuponen los cambios, reservando para la Econometría las transformaciones para las series de tiempo), independencia, proceso tipo Markov (carente de toda memoria) y adopción de comportamiento continuo o discreto.

(b) También el valor ajustado por riesgo puede ser desagregado en sus dos primeros momentos estocásticos: (1) el precio medio por el precio de la media, definido por el componente de tendencia o el rendimiento esperado del activo y (2) la volatilidad del precio por el precio del riesgo, expresado como el diferencial entre el valor de una opción de compra versus la prima de una opción de venta. Este último siempre es negativo ya que el valor de un activo que genera flujos de fondos en escenarios negativos (*put*) es mayor al precio de un activo que paga en escenarios positivos (*call*). Esto es así por la presunción de comportamiento adverso al riesgo de parte de los agentes. La aversión al riesgo se manifiesta en el nivel de utilidad mayor de una cifra cierta en comparación a la utilidad generada por su equivalente incierto.

4. Valorando con momentos estocásticos: una aplicación para el mercado financiero local.

En esta sección se expondrá un caso de aplicación de la ecuación 2, sobre activos financieros negociados en el mercado local. A continuación se exponen las ecuaciones, referencias, fuentes de datos y resultados obtenidos.

a) Ecuaciones empleadas

$V = M_s P_\mu + \Sigma_S P_\sigma$ *Ecuación de valoración con dos momentos* *Ec 10*

$P_\sigma = \dfrac{Call(t,S,M_s) - Put(t,S,M_s)}{\Sigma_s}$ *Precio de la unidad de riesgo* *Ec 11*

$c(S,t,E) = SN(d_1) - E\ell^{-rt} N(d_2)$ *BMS*[9] *valor teórico de un call* *Ec 12*

$p(S,t,E) = S\left[N(d_1) - 1\right] - E\ell^{-rt}\left[N(d_2) - 1\right]$ *BMS valor teórico de un put* *Ec 13*

$$c = S.N\left\{\frac{\ln(S/E) + \left[r + \left(\sigma^2/2\right)\right]t}{\sigma\sqrt{t}}\right\} - E\ell^{-rt}.N\left\{\frac{\ln(S/E) + \left[r + \left(\sigma^2/2\right)\right]t}{\sigma\sqrt{t}}\right\}$$

BMS valor teórico de un call "expandido" *Ec 14*

$d_1 = \dfrac{\ln(S/E) + \left[r + \left(\sigma^2/2\right)\right]t}{\sigma\sqrt{t}}$ *BMS proceso estocástico subyacente* *Ec 15*

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$ *BMS complemento* *Ec 16*

b) Referencias

$V =$ valor económico del activo objetivo
$M_s P_\mu =$ precio medio por el precio de la unidad de media del activo
$\Sigma_S P_\sigma =$ volatilidad del precio por el precio de la unidad de volatilidad del activo
$r =$ tipo de interés libre de riesgo
$\sigma^2 =$ volatilidad observada del activo objetivo
$S =$ precio de mercado del activo a fecha de estimación
$E =$ precio de ejercicio pactado en los contratos de derivados
$t =$ plazo de expiración del contrato de opciones
$d_1 =$ ecuación de transformación del proceso estocástico del activo subyacente determinando la probabilidad de ejercicio de la opción.
$d_2 =$ complemento de la ecuación de transformación determinando la probabilidad de no ejercicio de la opción.
$N(.) =$ Distribución de probabilidad lognormal

---

[9] Siglas que hacen referencia a los tres autores del modelo Black y Scholes (1973) y Merton (1973)

c) Fuentes de datos y software

Se procedió a valuar dos acciones que representan a la firma Tenaris S.A (TS) y al Grupo Financiero Galicia (GGAL) al 31 de marzo del 2009. El valor esperado del precio surge de calcular el precio medio aritmético empleando las series de precios homogéneos[10] diarios publicados por la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (BCBA) y el Instituto Argentino de Mercados de Capitales (IAMC) en su sitio www.bolsar.com. El intervalo de medición se extiende desde el 01/01/2008 al 31/03/2009. La volatilidad del precio surge de calcular el desvío sobre la serie de tiempo indicada. El tipo sin riesgo está dado por la tasa Baibar que al 31/03/2009 era del 13,70% anual. La volatilidad histórica (observada) a fecha del contrato es la calculada por el IAMC para las últimas 40 ruedas de negociación. La cotización del subyacente es la correspondiente a la fecha de valuación publicada por la BCBA. El precio de ejercicio y el plazo de expiración son los establecidos en los respectivos contratos: Opción de compra TS37.10FE17/04/2009; Opción de venta TS37.10FE17/04/2009; Opción de compra GGAL0.75FE07/04/2009; Opción de venta GGAL0.75FE17/04/2009. El precio de ejercicio se lista a continuación de las siglas que identifican el subyacente, el vencimiento se presenta a continuación de las siglas FE (ver Anexo A, informe diario IAMC, www.iamc.sba.com.ar).

Se utilizan planillas de cálculo Microsoft Excel®, de elaboración propia, para la estimación de los valores teóricos del call y put. Los estimadores $d(.)$ son calculados incorporando las ecuaciones 15 y 16 en las planillas. El proceso lognormal $N(.)$ se obtiene aplicando la respectiva función contenida estadística contenida en el software aludido. Con las salidas obtenidas se emplea las ecuaciones 12, 13 y 14 donde se generan los valores teóricos (económicos) de la opción de compra y venta. A partir de allí se está en condiciones de aplicar la ecuación 11 para obtener el precio por unidad de riesgo; integrante de la ecuación 10 empleada en la valoración de los activos objeto de este ejercicio.

Los resultados obtenidos son expuestos en el cuadro 1. En el caso de la acción correspondiente a la firma Tenaris el valor del riesgo es positivo, debido a las perspectivas alcistas sobre dicho activo financiero expresado en los valores teóricos del call y put. Aplicando la ecuación 10 el ajuste es positivo: el precio de mercado al 31/03/2009 $39.50 el valor teórico al 31/03/2009 es de $48,90 y el valor al 17/04/2009 es de $45,90. El valor esperado neutral al riesgo (primer término de la ecuación 10) es de $46,71 y el ajuste por riesgo es de $2.18. Para el caso de Grupo Financiero Galicia el ajuste es negativo debido a que el valor intrínseco del put es superior al call: el precio de mercado al 31/03/2009 $0,690 el valor teórico al 31/03/2009 es de $0,8518 y el valor al 17/04/2009 es de $0,7800. El valor esperado neutral al riesgo (primer término de la ecuación 10) es de $0,9270 y el ajuste por riesgo es de ($0,0462).

---

[10] Se denomina serie de precios homogéneos cuando se toman en cuenta todos los eventos societarios (pagos de dividendos, suscripciones, capitalización de ajunte integral del capital, capitalización de reservas, disminuciones de capital, etc.) que usualmente generan un salto en el precio. El ajuste de la serie de precios corrientes se realiza efectuando los siguientes cálculos: a) Precio de paridad del evento determinado, b) Cálculo del coeficiente a utilizar (Precio de paridad / Precio anterior) y c) Multiplicación de todos los precios anteriores a la fecha ex por el coeficiente determinado en el punto anterior. Una vez que se realiza este procedimiento se obtiene la transformación de precios corrientes a serie de precios homogéneos. En este caso se promedio el máximo y mínimo diario para obtener el precio diario.

Cuadro 1 Variables de entrada, salidas y resultados correspondientes a la valuación con dos momentos estocásticos de la acción Tenaris SA (TS) y Grupo Financiero Galicia (GGGAL) al 31/03/2009

GGAL, vencimiento 17/04/09 tasa Baibar 13,70% contrato CALL-PUT GGAL0.85FE/GGAL0.85FE IAMC Anexo A			TS, vencimiento 17/04/09 tasa Baibar 13,70% contrato CALL-PUT TS37.10FE/TS37.10FE IAMC Anexo A		
Entradas			**Entradas**		
Valor del subyacente hoy (Ps)	$	0,6990	Valor del subyacente hoy (P_s)	$	39,0500
Desvío Estándar - Anual (s)	$	0,4606	Desvío Estándar - Anual (σ)	$	0,6955
Tipo sin riesgo - Anual (R)		13,70%	Tipo sin riesgo - Anual (R)		13,70%
Precio de ejercicio (E)	$	0,7500	Precio de ejercicio (E)	$	37,1000
Tiempo al vencimiento - años (T)	$	0,0472	Tiempo al vencimiento - años (T)	$	0,0472
Salidas valoración Call-Put BMS			**Salidas valoración Call-Put BMS**		
d1		-0,5888999	d1		0,45731089
d2		-0,6889914	d2		0,30617405
N(d1)		0,27796421	N(d1)		0,6762762
N(d2)		0,24541434	N(d2)		0,62026393
Valor teórico del call (Vc)	***$***	***0,0114***	***Valor teórico del call (Vc)***	***$***	***3,5452***
-d1		0,5888999	-d1		-0,4573109
-d2		0,68899139	-d2		-0,306174
N(-d1)		0,72203579	N(-d1)		0,3237238
N(-d2)		0,75458566	N(-d2)		0,37973607
Valor teórico del put (Pp)	***$***	***0,05759***	***Valor teórico del put (Pp)***	***$***	***1,3559***
Resultados			**Resultados**		
Media diaria 01/08/08 al 31/03/2009	$	0,9333	Media diaria 01/08/08 al 31/03/2009	$	47,0034
Desvío 01/08/08 al 31/03/2009	$	0,3251	Desvío 01/08/08 al 31/03/2009	$	17,8925
Precio del riesgo	$	(0,1422)	Precio del riesgo	$	0,1222
Precio de la media	$	0,9940	Precio de la media	$	0,9940
Precio x cantidad media	$	0,9277	Precio x cantidad media	$	46,7231
Precio x cantidad riesgo	$	(0,0462)	Precio x cantidad riesgo	$	2,1860
Precio observado al 31/03/2009	***$***	***0,6900***	***Precio observado al 31/03/2009***	***$***	***39,0500***
Valor al 31/03/2009	***$***	***0,8518***	***Valor al 31/03/2009***	***$***	***48,9091***
Precio al 17/04/2009	***$***	***0,7800***	***Precio al 17/04/2009***	***$***	***45,9000***

5. Conclusiones

La estructura fundamental de los modelos financieros puede ser explicada utilizando un conjunto de principios básicos contenidos en las tradicionales propuestas que erigen a la Teoría Financiera. Una primera conclusión derivada del presente trabajo, indica que los activos cobran relevancia para los inversores a través de sus características; es decir los momentos estocásticos. Segundo, los momentos estocásticos tienen un precio de mercado, en consecuencia el valor de un activo puede definirse como la sumatoria de sus momentos por las cantidades. Finalmente, la propuesta de valuación desarrollada posee varias ventajas: para el caso de dos momentos estocásticos esta genera el clásico modelo de la media-varianza y sugiere generalizaciones sencillas a través de una simple ecuación, respetando los clásicos fundamentos, un modelo de equilibrio para valuar.

REFERENCIAS

Allais, M. (1953) *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats et axiomes de l'école américaine*, Econometrica, 21, 503-546. Traducido por Fornero, R (2007) "*El comportamiento racional del hombre frente al riesgo: una crítica a los postulados axiomas de la escuela americana*" publicado como Cuadernos 57 Sociedad Argentina de Docentes en Administración Financiera (SADAF) 2007.

Arrow, K (1964) *The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing,* Review of Economics Studies, 91-96.

Barberis, N, Shefrin A y Vishny, R (1998) *A model of investor sentiment*, Journal of Financial Economics 49, 1-27

Bekaert, G and Wu, G. (2000) *Asymmetric volatility and risk in equity markets,* The Review of Financial Studies, 13, 1, 1-42

Black, F. (1976) *Studies of stock price volatility changes,* Proceedings of the 1976 American Statistical Association, Business and Economical Statistics Section, 177-181

Black F. and Scholes M. (1973) *The pricing of options and corporate liabilities*, Journal of
Political Economy, 81, 637-659

Cesari, R. and D'Adda, C. (2008) *The Theory of Finance in a Nustshell*, WP digital en Social Science Research Network (SSRN) url=http://www.ssrn.com/u

Cochrane, J (2001) *Asset Pricing,* Princenton University Press, New Jersey 1° edición

Copeland T, Weston J y Shastri K (2004) *Financial Theory and Corporate Policy.* Addison-Wesley Massachussets, 4° edición

Cox, J. C., Ross, S. A. and Rubinstein, M. (1979) *Option pricing: a simplified approach*, Journal of Financial Economics, 7, 229-263

Daniel, K, Hirshleifer D y Subrahmanyan A (1998) *Investor psychology and securities markets under and over-reactions* Journal of Finance, 53, 6, 322-401

Debreu, G (1959) *The Theory of Value*, Wiley New York, 1° edición

Dixit Avinash and Pindick Robert (1994) *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press, New Jersey 1° edición.

Elton E y Gruber M (1996) *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis.* John Wiley New York, 5° edición

Fisher, I (1930) *The Theory of Interest*, McMillan New York 1930

Fama, E y Miller, M (1972) *The Theory of Finance*, Holt, Rineheart y Winston, New York 1° edición

Fornero, R. (2006) *Uso de Riesgo en Finanzas de Empresa* XXVI Jornadas de Profesores de Administración Financiera SADAF; Córdoba, Argentina.

Fornero, R. (2007) *Cronología Fotográfica de la Teoría Financiera* WP. Universidad Nacional de Cuyo, Marzo 2007

French, K. R., Schwert, G. W. and Stambaugh, R. F. (1987), *Expected stock returns and volatility,* Journal of Financial Economics, 19, 3, 3-29

Gintis, H, (2000) *Evolving Games Theory*. Princenton University Press, New Jersey

Hicks, J. R. (1962) *Liquidity*, *Economic Journal*, 72, Dec., 787-802

Hicks, J. R. (1967) *The pure theory of portfolio selection*, in Hicks, J. R. (1967), Critical essays in monetary theory, Oxford, OUP

Kahneman, D. and Tversky, A. (1979) *Prospect theory: an analysis of decision under risk*,
Econometrica, 47, 263-291

Kreps, D (1995) *A Course in Microeconomics Theory*. Harvester Wheatsheaf , 1° edición

Knight, F (1947) *Riesgo, incertidumbre y beneficio* Editorial Aguilar

Levy H y Markowitz H. (1979) *Approximating Expected Utility by a function of Mean and Variance.* American Economic Review, 69, 231-252

Markowitz, H (1952) *Portfolio selection: efficient diversificaction of investment* Journal of Finance, 7, 110-137

Markowitz, H. (1959) *Portfolio selection: efficient diversificaction of investment.* Yale University, Cowles Foundation, John Wiley and Sons Inc. New York 1° edición.

Merton, R (1973) *An intertemporal capital asset pricing model*, Econometrica, 41, 867-887

Merton, R (1973) *Theory of rational option pricing* Bell Journal of Economics and Management Science, Primavera 141-183

Osborne, M y Rubinstein A (1995) *A Course in Game Theory*. The MIT Press, Cambridge 2° edición.

Rubinstein, M (1973) *A Mean–Variance Synthesis of Corporate Financial Theory.* Journal of Finance, 1, Marzo, 167-182

Savage, L (1954) *The Foundation of Statistics*. John Wiley New York y en Fornero, R (2006).

Sharpe, W. F. (1964) *Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*, Journal of Finance, 19, 425-442

Shefrin A (1999) *Beyond Greed and Fear: Understanding Behavioral Finance and the Psychology of Investing* Boston: Harvard Business School Press.

Shefrin A (2007) *Behavioural Corporate Finance* WP Santa Clara University, Social Science Research Network (SSRN) url=http://www.ssrn.com/u

Shiller, R (2002) *From efficient market theory to behavioral finance* Yale University, Cowles Foundation Discussion Paper 1385, Social Science Research Network (SSRN) url=http://www.ssrn.com/u

Puc-rio.br(2006) *Stochastic Processes with Focus in Petroleum Applications.* http //www.puc-rio.br/marco.ind/main.html.

Tobin, J. (1958) *Liquidity preference as behaviour toward risk* Review of Economics Studies, Febrero 65, 86.

Trigeorgis, L. (1995) *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications*. Praeger, Connecticut United State, 1° edición.

Von Neumann, J and Morgenstern, O. (1947) *Theory of games and economic behavior*, Princeton, PUP, 2nd