



DOCENTES DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

**XXXIV Jornadas Nacionales de Administración Financiera  
Septiembre 2014**

# **EL MODELO BLACK-SCHOLES Y PRÉSTAMO EQUIVALENTE PARA VALORAR CONTRATOS COMPLEJOS DE LEASING**

**Gastón S. Milanesi  
Pablo G. Deibele  
Diana Albanese**

*Universidad Nacional del Sur*

*SUMARIO: 1. Introducción; 2. Modalidades complejas de contratos;  
3. Aplicación sobre las modalidades complejas de leasing; 4. Conclu-  
siones.*

Para comentarios: [milanesi@uns.edu.ar](mailto:milanesi@uns.edu.ar); [pdeibele@uns.edu.ar](mailto:pdeibele@uns.edu.ar); [dalbanese@uns.edu.ar](mailto:dalbanese@uns.edu.ar)

## **Resumen**

El trabajo propone una metodología de valoración para contratos complejos de leasing con opciones reales, combinando el método de préstamo equivalente (MPE) y el modelo Black-Scholes (BS). Los arrendamientos incorporan opciones reales con el fin de brindar flexibilidad estratégica a favor de las partes intervinientes. Dentro de las variantes complejas se destacan: de riesgo (*venture leasing*), leasing con canon atado a intensidad de uso (*percentage leasing*) y con pagos diferidos. Su valuación requiere el empleo de los modelos BS y MPE obteniendo el valor expandido y costo financiero implícito de la transacción, con el fin de asistir a la toma de decisiones desde la perspectiva de los agentes intervinientes en el contrato.

## 1. Introducción

La complejidad de los negocios ha promovido el desarrollo del leasing<sup>1</sup> como instrumento de adquisición alternativo a la opción de compra financiada. Bajo esta modalidad se ofrecen en arrendamiento diversos tipos de activos como oficinas, edificios, plantas, equipamientos informáticos, autos, camiones, aeronaves, barcos, maquinaria de producción industrial (por ejemplo para la construcción o medicinal), etc. En el caso de activos objeto de un contrato de arrendamiento; caracterizados por larga vida útil (inmuebles, embarcaciones, aeronaves); altas y desconocidas tasas de desvalorización (equipos de computación o maquinaria de alta tecnología); significativa variabilidad tecnológica y de mercado; existen modalidades de arrendamientos atípicos y complejos que incorporan opciones operativas. Estas incrementan el valor para las partes intervinientes producto de la flexibilidad operativa del instrumento (Copeland, Weston, 1982; Lee, Martin, Senchack, 1982; McConnel, SchaUheim, 1983; Grenadier, 1996; Trigeorgis, 1996; Grenadier, 1997; Liang, Shusheng Li, 2012).

La correcta valoración de este tipo de contratos demanda del uso de la Teoría de Pagos Contingentes y los conceptos propios de las Opciones Reales. El valor actual tradicional de la corriente de pagos derivadas del leasing se estima utilizando el método del préstamo equivalente (MPE); (Myers, Dill, Bautista, 1976, Benninga, 2008; Milanesi, 2011).<sup>2</sup> El MPE pierde efectividad en la medida que el leasing contenga opciones operativas. En estos casos, desde la perspectiva del titular de la opción, el valor obtenido es inferior al que se obtendría si se valoran las opciones reales contenidas en el contrato. Para valorar arrendamientos atípicos capturando el valor de las opciones es menester utilizar el enfoque valor actual expandido (Trigeorgis, 1996). El valor total expandido del contrato ( $VEL_0$ ) es la suma del valor del contrato sin opciones estimado con el método MPE; ( $VAN(L) = V_0 - \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^*)^{-t}$ ) y el Valor de las opciones ( $L_0$ ) conforme se expresa en la siguiente ecuación;

El valor total expandido del contrato ( $VEL_0$ ) es la suma del valor del contrato sin opciones estimado con el método MPE; ( $VAN(L) = V_0 - \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^*)^{-t}$ ) y el Valor de las opciones ( $c_0$ ) conforme se expresa en la siguiente ecuación;

$$VEL_0 = V_0 - \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^*)^{-t} + c_0 \quad Ec 1$$

Donde  $V_0$  representa el costo de adquisición del activo,  $r^*$  costo financiero antes de impuestos,  $ff_t$  flujo de fondos neto de impuestos del leasing y  $L_0$  el valor teórico de la opción al inicio.

El flujo de fondos del leasing se estima computando los escudos fiscales generados por el contrato;  $ff_t = -c_t - pf_t$ ; donde  $c_t = p_t - af_t$ ; siendo  $p_t$  pago del contrato;  $af_t$  ahorro fiscal del periodo del canon y  $pf_t$  desahorro fiscal de las amortizaciones. El costo efectivo de arrendamientos complejos se deriva de la ecuación anterior;

$$0 = V_0 - \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^y)^{-t} + L_t(1+r^y)^{-t} \quad Ec 2$$

<sup>1</sup> En el presente trabajo se hará referencia al instrumento con las palabras leasing o arrendamientos. Las partes intervinientes serán denominadas tomador, arrendatario, dador, arrendador.

<sup>2</sup> La expresión original expandida del método de préstamo equivalente es  $(CA_0 - CFI) - \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^*)^{-t} + \sum_{t=0}^N go_t(1+k)^{-t} + E(VR_N)(1+k)^{-t}$ ; siendo  $(CA_0 - CFI)$  el costo de adquisición menos el crédito fiscal por la compra,  $ff_t = -p_t + af_t - pf_t$  el flujo de fondos correspondiente al canon ajustados por los costos y beneficios fiscales,  $r^*$  la tasa de costo de la deuda antes de impuestos,  $go_t$  gastos operativos a cargo del tomador,  $E(VR_N)$  valor esperado de rescate,  $k$  costo del capital del activo,  $N$  vencimiento del contrato.

Cuando no se financia el valor total del activo con deuda, la tasa de costo de la deuda no es representativa del costo total de los recursos empleados. En esos casos se estima una tasa de costo de capital que surge del promedio ponderado de la mezcla entre capital propio y deuda

En este caso se adiciona el valor terminal de la opción  $L_t$  y  $r^y$  la tasa de costo efectivo. El resultado de la ecuación precedente se compara con la tasa de préstamo después de impuesto  $r^t$ . En el presente trabajo se pretende analizar diferentes tipos de opciones operativas y proponer modelos de valoración, a la luz de la Teoría de Opciones, complementario del MPD para estimar el valor total expandido y costo financiero efectivo de contratos complejos y atípicos de leasing. La valoración de las opciones será realizada adecuando el modelo de Black-Scholes (Black, Scholes, 1972) a contratos complejos siguiendo la metodología propuesta por (Liang, Shusheng Li, 2012). Serán estudiados tres tipos de contrato: de riesgo (*venture lease*); con canon atado a intensidad de uso (*percentage lease*) y con pagos diferidos (*lease with deferred payment*), la característica distintiva correspondiente a las modalidades indicadas reside en las opciones contenidas en sus cláusulas.

En los dos primeros contratos la opción se emite a favor del dador, por lo que las mismas incrementan el costo efectivo del contrato de leasing, o disminuyen su valor actual esperado positivo. No obstante brindan al tomador la posibilidad de acceder al uso de bienes mediante esta modalidad, cuando posee calificación crediticia suficiente o las características de los activos objeto del contrato no se ajustan para arrendamientos convencionales. En estos casos el valor de la opción será positivo al incrementar los flujos de fondos de contrato (ecuación 1) y el valor del costo del arrendamiento será mayor (ecuación 2). En el tercer contrato la opción es concebida a favor del tomador, por lo tanto el valor de la opción tendrá signo negativo y el costo financiero será menor, al verse disminuido el importe de los flujos de fondos.

## 2. Modalidades complejas de contratos

### 2.1 Leasing de riesgo (*venture leasing*)

Esta clase de producto financiero posibilita el acceso al uso activos fijos de alto valor, fundamentalmente en empresas que se encuentran en su etapa inicial (*startup*), financiando necesidades en infraestructura y equipamiento. El arrendatario suscribe un clásico contrato de arrendamiento por un periodo de tiempo dependiendo de las características tecnológicas del bien y entrega títulos a favor del arrendador, en carácter de compensación por el riesgo adicional que significa un arrendatario *startup*.<sup>3</sup>

El título consiste en un warrant, ejercible en una fecha determinada, ofrecido por el tomador al dador con las siguientes opciones: a) una serie de pagos con valor actual  $M$ ; o b) comprar acciones del arrendatario a un precio de ejercicio  $K$ . Adicionalmente se disponen cláusulas de protección para el arrendatario, ya que los warrants expiran siempre que la diferencia entre el valor de cotización de la acción del arrendatario ( $S$ ) y el precio de ejercicio pactado ( $K$ ) exceda el valor del warrant ( $M$ ). El contrato contiene una opción, asimilable a un *call* europeo con un límite inferior de valor igual a  $M$ . Al vencimiento el flujo de fondos del contrato es el siguiente:

$$c_m(S_T, T; K, M) = \min(\max(S_T - K, 0), M) \quad Ec 3$$

<sup>3</sup> Este tipo de emprendimientos se caracterizan por los magros indicadores financieros relativos a su solvencia y capacidad de endeudamiento, por estar en su etapa inicial (*early stage company*). Como consecuencia de ello, no tienen calificación suficiente para acceder a un leasing convencional con una entidad bancaria. Además los términos de este tipo de arrendamiento son flexibles permitiendo acordar la duración, la estructura de pagos y el monto de warrants emitidos. Los títulos, bajo determinadas condiciones, permiten que el dador del leasing además de percibir los pagos pueda participar en el negocio o simplemente percibir los títulos de capital como compensación adicional, para luego ser transferidos.

El arrendatario paga el valor de la opción o el valor actual de los flujos de fondos del warrant. Cabe destacar que no se está frente a un *call* europeo tradicional, al desagregar la ecuación anterior se tiene;

$$\min(\max(S_t - K, 0), M) = \max(S_t - K, 0) - \max(S_t - K - M, 0) \quad Ec 4$$

Por lo tanto

$$c_m(S_t, T; K, M) = c(S_t, T, K) - c(S_t, T, K + M) \quad Ec 5$$

La ecuación anterior indica que la opción cuyo límite inferior tiene valor  $M$  se expresa como la diferencia entre dos *call* europeas con precios de ejercicio  $K$  y  $K+M$ . El instrumento se construye como la diferencia de dos opciones de compra europeas; *call* 1 y *call* 2 con diferentes precios de ejercicio. El límite de máximo pago  $M$  actúa como cláusula de protección para el arrendatario. Por debajo del valor del warrant el arrendador ejerce la opción de adquirir acciones o partes de capital correspondientes al emprendimiento a un precio de ejercicio  $K$ . A continuación se aplica la tradicional ecuación de Black-Scholes (BS) con el objeto de desagregar la ecuación 5 y plantear el modelo de valoración;

$$c_m(S_t, T; K, M) = S_t(N(d_1(t)) - N(d_3(t))) - Ke^{-r(T-t)}(N(d_2(t)) - N(d_4(t))) \quad Ec 6$$

Donde <sup>4</sup>

$$d_1(t) = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad d_2(t) = d_1(t) - \sigma \sqrt{T-t} \quad Ec 7$$

$$d_3(t) = \frac{\ln \frac{S_t}{K+M} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad d_4(t) = d_3(t) - \sigma \sqrt{T-t} \quad Ec 8$$

## 2.2 Leasing con canon atado a intensidad de uso (*percentage leasing*)

Esta modalidad de arrendamiento vincula parte de los flujos de fondos que recibe el arrendador al grado de intensidad o uso del activo objeto del contrato,<sup>5</sup> a cambio este se compromete a mantener en perfecto estado operativo el activo en cuestión, reduciendo el riesgo asumido por el arrendatario ante potenciales desperfectos por su utilización. Frecuentemente empleada en el caso de arrendamientos sobre inmuebles donde el tomador se compromete a pagar un canon base y un porcentaje sobre, por ejemplo, el nivel de ingresos de su actividad. El contrato protege al arrendatario de la siguiente manera: disminuye el costo fijo del canon y traslada el riesgo del negocio generado por la variabilidad de los ingresos del tomador, al dador o propietario del inmueble. En esta clase de contrato la base utilizada para determinar el pago variable por lo general son las ventas o ingresos brutos generados por la actividad.<sup>6</sup> Además y dependiendo de las características del contrato, el contrato puede incluir cláusulas

<sup>4</sup> En este caso y por extensión del modelo BS  $N(d_1)$  y  $N(d_3)$  es la probabilidad de que el valor del subyacente este por encima del precio de ejercicio ( $K$ ,  $K+M$ ).  $N(d_2)$ ,  $N(d_1)$  y  $N(d_4)$  es la probabilidad que la opción será ejercida (Nielsen, 1992; Carmichael, Hersh, Praneeth, 2011).

<sup>5</sup> Por ejemplo en el caso de rodados la medida intensidad kilómetros recorridos, maquinas fotocopiantes vinculadas a número de copias, equipos de computación vinculados a ciclos de CPU, inmuebles vinculando la intensidad de uso a los beneficios generados.

<sup>6</sup> En algunos casos la base para el cálculo del porcentaje está dada por los gastos documentados, en el caso de que la actividad no genere ventas por motivos ajenos al riesgo del negocio como por ejemplo interrupciones voluntarias por modificaciones edilicias. Durante dicho periodo el nivel de ventas puede verse afecto y consecuentemente, como medida de protección para el dador, se toman los gastos documentados como base de imposición.

que limitan el monto total de ventas a ser consideradas como base de cálculo del porcentaje, mediante techos (*caps*) y pisos (*floors*);<sup>7</sup> los primeros protegen al tomador y los últimos al dador.

Notando como  $S_t$  a los ingresos por ventas en el momento  $T$ ,  $K$  el nivel mínimo de ventas pactado y  $\alpha$  el porcentaje de ventas pagadas al arrendador los flujos de fondos del contrato se comportan de la siguiente manera, si no se pactan pisos: cuando las ventas ( $S$ ) exceden el nivel pactado ( $K$ ) el arrendador recibe un pago adicional al canon  $S-K$  o  $\alpha S$ ; el menor de los dos. El flujo de fondos de las opciones del contrato al vencimiento es;

$$c_l(S_T, T; K, \alpha) = \begin{cases} S_T - K \rightarrow \alpha S_T \geq S_T - K \geq 0 \\ \alpha S_T \rightarrow S_T - K > \alpha S_T \\ 0 \end{cases} \quad Ec 9$$

Obsérvese que las opciones contenidas son

$$c_l(S_T, T; K, \alpha) = c(S_T, T; K) - (1 - \alpha) c\left(S_T, T, \frac{K}{1-\alpha}\right) \quad Ec 10$$

Las opciones reales contenidas en el contrato se descomponen en dos opciones de compra europeas con igual fecha de vencimiento pero diferentes precios de ejercicio  $K$  y  $K/(1-\alpha)$ . Igual que en el caso del *venture leasing* el modelo para valorar las opciones contenidas en el contrato se deriva de la ecuación de BS en el momento  $t \rightarrow [0, T]$

$$c_l(S_t, T; K, \alpha) = S_t(N(d_1(t))) - (1 - \alpha) \left( N(d_5(t)) \right) - Ke^{-r(T-t)} \left( N(d_2(t)) \right) - (1 - \alpha) \left( N(d_6(t)) \right) \quad Ec 11$$

En la ecuación anterior los términos  $d_1$  y  $d_2$  son los mismos que en la ecuación 6;

$$d_5(t) = \frac{\ln \frac{(1-\alpha)S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad Ec 12$$

$$d_6(t) = d_5(t) - \sigma \sqrt{T-t} \quad Ec 13$$

### 2.3 Arrendamientos con diferimientos de pagos

Se utiliza fundamentalmente en contratos de leasing sobre determinados activos de importante valor y larga duración, como el caso de aeronaves y embarcaciones. En estos el tomador paga un alquiler por su uso (canon), pero el propietario del bien otorga la opción exclusiva de adquirir el activo arrendado a un ventajoso y diferido precio ( $K$ ) al vencimiento del contrato. Este derecho de preferencia se asemeja a un *call* europeo por el cual el arrendatario deberá pagar un derecho exclusivo  $D$ , si y solo si decidiese ejercer la opción de compra. En este caso el tomador podrá ejercer la opción de compra pagando el valor  $K$  y pagando además el valor adicional  $D$ . El premio se paga de manera diferida y contingente, no es un simple *call* europeo. El pago al vencimiento es

<sup>7</sup> Por ejemplo se puede establecer un techo bajo la siguiente cláusula: “el arrendatario debe pagar un monto base más un cinco por ciento sobre el nivel de ventas, en donde el monto variable resultante de aplicar el porcentaje sobre ventas no debe exceder el importe base fijo”. Si el monto mensual fijo es de \$2.000, entonces el pago variable no puede exceder de \$2.000, o el nivel de venta tope es de \$40.000, arrojando como máximo un flujo para el dador de \$4.000. En el caso de pisos se estipulan cláusulas donde al pago fijo se le adiciona una suma fija o porcentaje mínimo sobre ventas; si estos valores no son superados se activa la cláusula protectora para el dador percibiendo el pago fijo más el mínimo.

$$c_p(S_T, T; K) = (S_T - (K + D))_{(S_T \geq K)} \quad \text{Ec 14}$$

Donde  $D$  es la prima que no tiene un valor constante, ya que es una fracción del valor del bien ( $S$ ) y es la compensación para el dador por el diferimiento del pago correspondiente al precio de compra. La ecuación anterior puede plantearse como;

$$c_p(S_T, T; K) = c(S_T, T, K) - D c_b(S_T, T; K) \quad \text{Ec 15}$$

Consecuentemente, la opción que permite diferir el pago puede descomponerse en una cartera compuesta por una posición larga en un *call* europeo y  $D$  unidades correspondientes a una posición corta de opción binarias de compra, en donde todas tienen igual vencimiento y precio de ejercicio. Primero se debe determinar el valor de la constante  $D$ . De acuerdo con la definición de opción con pago diferido se tiene que  $c_p(S_0, 0, K) = 0$ . Esto es  $c(S_0, 0, K) - D c_b(S_0, 0, K) = 0$

Por lo tanto  $D = \frac{c(S_0, 0, K)}{c_b(S_0, 0, K)}$ . El valor de una opción binaria en  $t \rightarrow [0, T]$

$$c_b(S_t, t, K) = e^{-r(T-t)} (N(d_2(t))) \quad \text{Ec 16}$$

El coeficiente se expresa como,

$$d_2(t) = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad \text{Ec 17}$$

Partiendo de la valuación de una opción europea de compra y una opción binaria de pago diferida la expresión es;

$$c_p(S_t, t, K) = S_t N(d_1(t)) - \frac{S_0 e^{rt} N(d_1(0)) N(d_2(t))}{N(d_2(0))} \quad \text{Ec 18}$$

La definición de  $d_1$  y  $d_2$  en  $t=0$  es la misma que en el modelo tradicional BS

$$d_1(0) = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad d_2(0) = d_1(0) - \sigma \sqrt{T} \quad \text{Ec 19}$$

### 3. Aplicación sobre las modalidades complejas de leasing

A continuación será desarrollado un ejemplo de un contrato de leasing sobre un activo fijo, adecuando las condiciones del instrumento a las variantes de arrendamientos, con el fin de ilustrar la aplicación de los modelos de valuación estudiados. Finalmente serán comparados los resultados y el impacto de la opcionalidad en los valores y costos financieros de la transacción. Se supone que los sujetos A y B deciden asociarse fundando una Sociedad Anónima que se dedicará a la prestación de servicios de cosecha de granos, en forma itinerante, campo a campo. Los sujetos determinan que su tasa de costo de oportunidad del capital es del 15,00% anual. La tasa de impuesto a las ganancias aplicable es del 35%. El punto de partida de la operatoria requerirá de la adquisición de una Cosechadora, que en el mercado tiene un costo actual de \$ 1.000.000, de contado, y una vida útil, impositiva, de 4 años. Alternativamente, una entidad financiera les ofrece contratar un leasing financiero sobre la misma, a 4 años, con cánones anuales de \$ 342.127 y opción de compra de \$ 150.000 (15% del valor de contado). Todos los valores son antes de impuestos. Partiendo del caso base se presentan las variantes que se incorporan en el contrato.

*Leasing a riesgo (venture leasing):* Por tratarse de una empresa *startup*, carece de estructura patrimonial y flujos de fondos históricos, la firma no califica para la contratación de un leasing tradicional. Por ello, y con la finalidad de tornarse en atractivo para el dador, opta por realizar la operatoria bajo la modalidad de *venture leasing*. A tal fin la empresa arrendataria emitiría warrants por el 10% del valor del bien, como garantía y en favor del arrendador, y bajo las siguientes condiciones: cantidad emitida 3.500 títulos; valor unitario \$ 28,75; precio de la acción \$ 50,00 ( $S_t$ ); precio de ejercicio de la acción \$ 40,00 ( $K$ ); tasa libre de riesgo anual 5,00% ( $r^*$ ); volatilidad 30,00% ( $\sigma=\delta$ ); vencimiento 4 años ( $T$ ); ejercicio más warrant \$ 68,75 ( $t$ ).

*Leasing con canon atado a intensidad de uso (percentage leasing):* Para evitar la onerosidad que la modalidad de *venture leasing* genera al arrendatario, y dado que la cosechadora se desgastará en función a su uso, la empresa desea conocer cuál sería el impacto que tendría la realización de un contrato del leasing bajo la modalidad de canon atado a intensidad de uso o leasing a porcentaje. El posible arrendador establece las siguientes condiciones: ingresos por servicios anuales estimados \$ 12.000.000 ( $S_t$ ); ingresos mínimos por servicios anuales estimados \$ 10.000.000 ( $K$ ); tasa libre de riesgo anual 5,00% ( $r^*$ ); volatilidad de las ventas 30,00% ( $\sigma= \sigma$ ); periodo 4 años ( $T$ ); factor alfa ( $\alpha= \alpha$ ) 2,00%.

*Leasing con diferimiento de pagos (deferred payment):* Atento las características y durabilidad del bien a adquirir, se plantea la posibilidad de realizar un arrendamiento con diferimiento de pagos, bajo las siguientes condiciones: precio total \$1.000.000 ( $S_t$ ); precio no diferido \$ 600.000 ( $S_0$ ); precio diferido \$ 400.000 ( $K$ ); costo del derecho exclusivo para optar \$ 20.000; tasa libre de riesgo anual 5,00% ( $r^*$ ); volatilidad 30,00% ( $\sigma= \delta$ ); periodo 4 años ( $T$ ).

A continuación es valorado el contrato tradicional y sus correspondientes variantes aplicando los métodos de BS y MPE; determinando su valor actual y costo financiero (ecuaciones 1 y 2).

*Contrato sin opciones. Método de préstamo equivalente (MPE):* Mediante método de préstamo equivalente, se estima el valor actual del leasing ( $VAN(L)$ ), en base a los flujos diferenciales entre las alternativas de arrendamiento y compra, de forma tal de considerar todos los costos involucrados en la operatoria, incluyendo los costos de oportunidad incurridos, para luego determinar el costo financiero del arrendamiento ( $r^y$ ). En la siguiente tabla se presenta el análisis del valor correspondiente al caso base mediante el MPE.

De la tabla surge que la ventaja del contrato es de  $VAN(L)$  \$59.546 y el costo efectivo de  $r^y$  12,14%.

*Leasing a riesgo (venture leasing):* Para su valoración se utilizaron las ecuaciones 7, 8 para estimar los coeficientes  $d_1, d_2, d_3, d_4$  conforme se expone en la tabla 2.

Con los datos de la tabla 2 se estima el valor de la opción (ecuación 6) para  $t=0,1,2,3,4$ , que se muestra en la tabla 3.

Finalmente para estimar el valor actual del leasing ( $VAN(L)$ ) y su costo financiero ( $r^y$ ) (ecuaciones 1 y 2) se requiere determinar el valor de la opción en  $c_0$  y  $c_4$  (tabla 4).

Tabla 1 Análisis del caso base MPE

ANÁLISIS POR MÉTODO DEL PRÉSTAMO EQUIVALENTE						
Valor Bien	\$	1.000.000	Canon 1	\$	(342.127) valores anuales	
Depreciación anual	\$	250.000	Canon 2	\$	(342.127)	
Tasa de impuesto Ganancias (t)		35%	Canon 3	\$	(342.127)	
Costo de Capital Propio		15,00%	Canon 4	\$	(342.127)	
			Valor Opcion	\$	(150.000) \$ (492.127)	
<b>Conceptos</b>		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>1-Flujos de fondos después de impuestos del arrendamiento</b>						
Canon arrendamiento antes de impuestos		\$	(342.127)	\$	(342.127)	
Montos deducibles de ganancias		\$	(342.127)	\$	(342.127)	
Ahorro fiscal sobre montos deducibles		\$	119.745	\$	119.745	
Canon arrendamiento después de impuestos		\$	(222.383)	\$	(222.383)	
<b>2-Flujos de fondos después de impuestos de la compra del activo</b>						
Valor del bien	\$	(1.000.000)				
Depreciacion anual		\$	(250.000)	\$	(250.000)	
Ahorro fiscal sobre depreciacion		\$	87.500	\$	87.500	
<b>3-Flujo de fondos diferencial: Arrendamiento menos Compra</b>						
Arrendamiento menos compra	\$	1.000.000	\$	(309.883)	\$	(309.883)
<b>VAN del arrendamiento x MPE</b>	<b>\$</b>	<b>59.546</b>				
<b>Costo financiero del arrendamiento x MPE</b>		<b>12,1449%</b>				

Tabla 2 Ecuaciones 7 y 8

momento	d1	d2	d3	d4
0	1,0052	0,4052	0,1727	-0,4273
1	0,9779	0,3779	0,0271	-0,4925
2	0,9738	0,3738	-0,1987	-0,6229
3	1,0605	0,4605	-0,6446	-0,9446
4	23521,3946	23520,7946	-33293,8228	-33293,8228

Tabla 3 Valores de la opción de canje warrant-acción para el arrendador

momento	valor del call
0	\$ <b>3,13</b>
1	\$ 4,69
2	\$ 6,96
3	\$ 10,58
4	\$ <b>10,00</b>

**Tabla 4 Valor actual del arrendamiento y costo financiero**

CALCULO DE TIR CON INCORPORACION DE CALL (T= 4)				
Arrendamiento menos compra mas CALL (T=4)	\$ 1.000.000,00	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71) \$ (407.382,71)
FLUJO LIBRE	\$ 1.000.000,00	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71) \$ (442.382,71)
TIR con venture leasing	<b>13,1366%</b> aumenta			
call t=4: \$ 10 * 3500 warrants emitidos				
CALCULO DE VALOR EXPANDIDO DEL LEASING				
VAN del arrendamiento x MPE (menos)	\$ 59.545,64			
call (t=0)	\$ (10.955,00)			
valor expandido del leasing	<b>\$ 48.590,64</b>		disminuye	
call t=0: \$ 3,13 * 3500 warrants emitidos				

De la tabla surge que la ventaja del contrato a favor del arrendatario es de  $VAN(L)$  \$48.590 y el costo efectivo de  $r^y$  13,13%. Esto es consecuencia de que el valor de la opción es a favor del dador.

*Leasing con canon atado a intensidad de uso (percentage leasing):* Para su valoración se utilizaron las ecuaciones 12 y 13 con el fin de estimar los coeficientes  $d_5$ ,  $d_6$ . Los coeficientes  $d_1$ ,  $d_2$ , son los mismos a los utilizados en la ecuación 6. Los valores se muestran en la tabla 5.

Con los datos de la tabla 5 se estima el valor de la opción (ecuación 11) para  $t=0,1,2,3,..$  (tabla 6).

Para estimar el valor actual del leasing ( $VAN(L)$ ) y su costo financiero ( $r^y$ ) (ecuaciones 1 y 2) se requiere determinar el valor de la opción en  $c_0$  y  $c_4$  (tabla 7).

**Tabla 5 Ecuaciones 7, 12 y 13**

momento	d1	d2	d5	d6
0	0,93720259	0,33720259	0,90353142	0,303531416
1	0,89936076	0,29936076	0,86048063	0,340865385
2	0,87757033	0,27757033	0,82995209	0,405688019
3	0,92440519	0,32440519	0,85706283	0,557062832
4	19218,3787	19217,7787	17088,8265	17088,82649

**Tabla 6 Valores de la opción de cobro a porcentaje**

momento	valor del call
0	\$ <b>95.714,07</b>
1	\$ 345.993,61
2	\$ 666.554,61
3	\$ 1.074.256,40
4	\$ <b>40.000,00</b>

**Tabla 7 Valor actual del arrendamiento y costo financiero**

CALCULO DE TIR CON INCORPORACION DE CALL (T= 4)					
Arrendamiento menos compra mas CALL (T=4)	\$ 1.000.000,00	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (407.382,71)
FLUJO LIBRE	\$ 1.000.000,00	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (309.882,71)	\$ (447.382,71)
TIR con venture leasing	13,2755% aumenta				
CALCULO DE VALOR EXPANDIDO DEL LEASING					
VAN del arrendamiento x MPE (menos) call (t=0)	\$ 59.545,64				
valor expandido del leasing	\$ 95.714,00				
	\$ (36.168,36)	disminuye			

De la tabla surge que la ventaja del contrato a favor del arrendatario es de  $VAN(L)$  (\$36.168) y el costo efectivo de  $r^y$  13,27%. Nuevamente esta situación es consecuencia de que el valor de la opción (cobro a porcentaje por encima de un mínimo) es a favor del dador.

*Leasing con diferimiento de pagos (deferred payment):* Para estimar  $d_1(t)$  se utilizó la ecuación 7; para estimar  $d_2(t)$  la ecuación 17; los coeficientes  $d_1(0)$  y  $d_2(0)$  son los mismos que en el modelo BS (ecuación 19). En la tabla 8 se presentan los valores para los diferentes horizontes.

Con los datos de la tabla 8 se estima el valor de la opción (ecuación 18) para  $t=0,1,2,3,4$  (tabla 9).

**Tabla 8 Ecuaciones 7, 17 y 19**

t	d1(t0)	d2(t0)	d2(t)	d1(t)
0	1,309108514	0,709108514	2,160484553	2,16048455
1	1,309108514	0,709108514	2,311885091	2,31188509
2	1,309108514	0,709108514	2,607552262	2,60755226
3	1,309108514	0,709108514	3,370969106	3,37096911
4	1,309108514	0,709108514	3054,302756	3054,30276

**Tabla 9 Valores de la opción de pago diferido**

momento	valor del call
0	\$ 282.137,36
1	\$ 247.363,37
2	\$ 210.541,26
3	\$ 171.014,60
4	\$ 128.579,01

Nuevamente para estimar el valor actual del leasing ( $VAN(L)$ ) y su costo financiero ( $r^y$ ) (ecuaciones 1 y 2) se requiere determinar el valor de la opción en  $c_0$  y  $c_4$  (tabla 10).

**Tabla 10 Valor actual del arrendamiento y costo financiero**

CALCULO DE TIR CON INCORPORACION DE CALL (T= 4)					
Arrendamiento menos compra	\$ 1.000.000,00	\$(309.882,71)	\$(309.882,71)	\$(309.882,71)	\$(407.382,71)
menos CALL (T=4)					\$ 128.579,00
FLUJO LIBRE	\$ 1.000.000,00	\$(309.882,71)	\$(309.882,71)	\$(309.882,71)	\$(278.803,71)
TIR con venture leasing					<u>8,1608%</u> disminuye
CALCULO DE VALOR EXPANDIDO DEL LEASING					
VAN del arrendamiento x MPE	\$ 59.545,64				
(mas)					
call (t=0)	\$ 282.137,35				
valor expandido del leasing	\$ 341.682,99				aumenta

De la tabla surge que la ventaja del contrato a favor del arrendatario es de  $VAN(L)$  (\$341.682) y el costo efectivo de  $r^y$  8,16%. A la inversa que en los casos precedentes, la opción a favor del tomador tiene como efecto un incremento en el valor de la ventaja del arrendamiento y reducción de su costo financiero (tabla 11).

**Tabla 11 Valores Expandido-Valor Opciones-Valor Actual sin opciones y rendimiento/costo financiero Leasing de la opción de pago diferido**

Valor Expandido-Valor Opciones-VAN contratos arrendamientos					
Modalidad	Valor Actual Leasing	Valor Actual Opciones	Valor Expandido	Costo/Rendimiento	% VAO/VAN
Tradicional por Prestamo Equivalente	\$ 59.546,00	\$ -	\$ 59.546,00	12,1449%	0,00%
Venture Leasing	\$ 59.546,00	\$ (10.955,00)	\$ 48.591,00	13,1366%	18,40%
Leasing a Porcentaje	\$ 59.546,00	\$ (95.714,00)	\$ (36.168,00)	13,2755%	160,74%
Leasing con Diferimiento de Pagos	\$ 59.546,00	\$ 282.137,35	\$ 341.683,35	8,1608%	473,81%

## 4. Conclusiones

Se expuso la importancia de valorar correctamente el contrato de leasing considerando el valor añadido de las opciones. Para ello se debe estimar el valor expandido del contrato, adicionando al valor del leasing el valor intrínseco de las opciones. El método del préstamo equivalente (MPE) permite estimar el valor actual del contrato mientras que el valor actual de las opciones se cuantifica con el tradicional modelo Black-Scholes adaptado a las características del contrato. El costo financiero total del contrato requiere incorporar en el flujo de fondos del MPE el valor terminal de las opciones contenidas.

En los arrendamientos de riesgo (*venture leasing*) y el vinculado a intensidad de uso (*percentage leasing*) las opciones son dispuestas a favor del dador; y tiene como fin incentivar el desarrollo del mercado del leasing desde la oferta de bienes bajo esta modalidad contractual. Si las opciones son planteadas a favor del tomador (arrendamientos con pagos diferidos) se persigue motivar el uso de instrumento desde la demanda de bienes bajo la presente modalidad.

Las opciones a favor del tomador reducen significativamente el costo financiero (aumentan el valor actual expandido del leasing). En el caso de las opciones a favor del dador, el valor añadido incentiva al lanzador del contrato a ceder el uso y goce de activos bajo esta modalidad o disminuir el valor de los cánones. No trabajar con una concepción de valor expandido

conduce a subvaluaciones (sobrevaloraciones) del contrato, ignorando el agregado (reducción) de valor de las opciones a favor del tomador (dador).

## REFERENCIAS

- Benninga, S., 2008. *Financial Modeling*. 3 ed. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Black, F- Scholes, M, 1972. The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency. *Journal of Finance*, Mayo.pp. 399-418.
- Carmichael, D-Hersh,A-Praneeth, P, 2011. Real Options Estimate Using Probabilistic Present Worth Analysis. *The Engineering Economist*, Volumen 56, pp. 295-320.
- Copeland, T-Weston, F, 1982. A Note on the Evaluation of Cancelable Operating Leases. *Financial Management*, Volumen 11, pp. 60-67.
- Grenadier, S., 1996. Leasing and Credit Risk. *Journal of Financial Economics*, Volumen 38, pp. 297-331.
- Grenadier, S., 1997. Valuing Lease Contracts: A Real Options Approach. *Journal of Finance*, pp. 1323-1354.
- Lee, W-Martin, J-Senchack, A, 1982. The case for using options to evaluate salvage values in financial leases. *Financial Management*, Volumen 33, pp. 177-186.
- Liang, Z-Shusheng Li, W, 2012. Descomposition valuation of complex real options embedded in creative financial Leases. *Economic Modelling* , Volumen 29, pp. 2627-2631.
- McConnel, J-SchaUheim, J, 1983. Valuation of asset leasing contracts. *Journal of Financial Economics*, 12(2), pp. 237-261.
- Milanesi, G., 2011. El método del préstamo equivalente y la evaluación del leasing. *Escritos Contables y de Administración* , 2(2), pp. 67-85.
- Myers, S-Dill, A-Bautista, J, 1976. Valuation of Financial Lease Contracts. *Journal of Finance*, Volumen 31, pp. 799-819.
- Nielsen, L., 1992. *Understanding  $N(d1)$  and  $N(d2)$ : Risk adjusted probabilities in the Black-Scholes model*. [En línea] Available at: <http://www.ltnielsen.com/wp-content/uploads/Understanding.pdf> [Último acceso: 08 05 2014].
- Trigeorgis, L., 1996. Evaluating leases with complex operating options.. *European Journal of Operational Research*, Volumen 91, pp. 315-329.